

Übungsblatt 7

Aufgabe 1 Berechnen Sie für $R = [-1, 2] \times [-\pi, \pi]$ das nachstehende Doppel- und für $W_3 = [0, 1]^3 = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ das Dreifachintegral:

a) $\iint_R x \sin(y) \, dA$

b) $\iiint_{W_3} z e^{x+y} \, dV$

Aufgabe 2 Berechnen Sie das Doppelintegral der Funktion $f(x, y) = (x^2 + y^2)^2$ über die vier nachstehenden Gebiete: (Skizze!)

a) $G_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

b) $G_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq 1, y \leq x \leq 1\}$

c) $G_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{2} \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$

d) $G_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \leq y\}$

Aufgabe 3 $P \subset \mathbb{R}^2$ sei das Parallelogramm mit den Eckpunkten $A = (-1, 1)$, $B = (1, 2)$, $C = (1, 5)$ und $D = (-1, 4)$. Stellen Sie das Doppelintegral $\iint_P f(x, y) \, dA$ so dar, dass

a) zuerst nach y , dann nach x integriert wird.

b) zuerst nach x , dann nach y integriert wird.

Aufgabe 4 Formulieren Sie das Doppelintegral $\int_0^1 \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^1 f(x, y) \, dy \, dx$ so um, dass zuerst nach x , dann nach y integriert wird.

Aufgabe 5 Nutzen Sie Polarkoordinaten, um nachstehende Integrale zu berechnen:

a) $\iint_G y \sqrt{x^2 + y^2} \, dA$ auf dem Gebiet $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0, y \geq 0\}$

b) $\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2-y^2} \, dA$

c) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \, dx$

Aufgabe 6 Berechnen Sie mit Hilfe eines Doppelintegrals den Flächeninhalt A des Bereichs G , der von den drei Funktionen $y = \ln(x)$, $y = x - 1$ und $y = -1$ begrenzt ist.

Aufgabe 7 Es sei $G \subset \mathbb{R}^2$ ein Gebiet, welches zwischen den Kurven $y = x^2$ und $x = y^2$ eingeschlossen ist. Bestimmen Sie das Volumen zwischen dem Funktionsgraphen von $f(x, y) = \frac{x}{y}$ und der x - y -Ebene über dem Gebiet G .