Übungsblatt 6

Aufgabe 1 Bestimmen Sie alle stationären Punkte von folgenden Funktionen. Handelt es sich dabei um lokale Minima, lokale Maxima oder Sattelpunkte?

a) $p(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$

b) $f(x, y) = (2x^2 + y)e^y$

c) $g(x, y) = (x - 3)^2 - x\cos(y)$

d) $h(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$

Zusatzfrage: Bei welchen der lokalen Extrema handelt es sich um globale Extrema?

Aufgabe 2 Bestimmen Sie für $(x, y) \in [0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{\pi}{2}]$ die globalen Extrema von

$$f(x, y) = \sin(x) + \sin(y) + \sin(x + y)$$

Aufgabe 3 Bestimmen Sie die globalen Extrema von

$$f(x, y) = x^2 - \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{4} - x$$

auf dem Gebiet $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + \frac{1}{4}y^2 \leq 1\}$.

Aufgabe 4 Wie sind die Kantenlängen einer *nach oben offenen* quaderförmigen Kiste zu wählen, damit bei vorgegebenem Volumen $V > 0$ die Gesamtoberfläche A minimal wird?

Aufgabe 5 Wo nimmt die Funktion $f(x, y) = x^2y$ über dem Gebiet

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, 4x^2 + 9y^2 = 36\}$$

ihren größten und kleinsten Wert an?

Aufgabe 6 Sei $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ und die Funktion

$$\begin{array}{rccc} f: & K & \to & \mathbb{R} \\ & (x, y) & \mapsto & e^{x^2+y} \end{array}$$

Bestimmen Sie die globalen Extrema von f.

Aufgabe 42 Die nachstehenden alten Prüfungsaufgaben enthalten insbesondere Elemente zur Diskussion von Extrema auf zweidimensionalen Skalarfeldern.

Wie lautet Ihr Vorgehen bzw. Ihre Lösung? Tauschen Sie sich dazu mit anderen Studierenden aus, gerne auch im Forum der MA2-GRIPS-Seite.

Prüfungsaufgabe aus dem Sommersemester 2017

Gegeben sei die Funktion

$$f(x,y) = xe^{x+y} + y$$

für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

a) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema und Sattelpunkte von f.

b) Nun sei der Definitionsbereich von f eingeschränkt auf das Dreieck Δ mit den Eckpunkten $A = (-2,-2)$, $B = (2,2)$ und $C = (-2,2)$.
   Ermitteln Sie die globalen Extrema von f auf Δ.
   Hinweis: $e^{2x}(1+2x) + 1 > 0$ für alle $x \in [-2,2]$

Prüfungsaufgabe aus dem Wintersemester 2017/2018

Es sei für $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

$$f(x,y) = \left(e^x + e^{-x}\right)\left(y^3 - 3y^2 + 5\right)$$

a) Ermitteln Sie die Gleichung der Tangentialebene an den Graphen von f in dem Punkt $(0,0,10)$.

b) Ermitteln Sie die lokalen Extrema und Sattelpunkte der Funktion f.

c) Besitzt die Funktion f globale Extrema?

d) Bestimmen Sie die Richtungsableitung von $f(x,y)$ an der Stelle $(0,1)$ in Richtung der Vektoren $\vec{a} = (0, \pm 3)$.