

Übungsblatt 1 - Lösungshinweise

Aufgabe 1

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\} = (3, 5]$
- b) $\{n \in \mathbb{N} \mid n > 3\} \cap \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 5\} = \{4, 5\}$
- c) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| < \pi\} \cap \mathbb{Z} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 > 100\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 100\} = (-100, -10) \cup (10, 100)$
- e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x + 5 = 2k \text{ für ein } k \in \mathbb{N}_0\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| \leq 2\} = \{-1, 1, 3\}$

Aufgabe 2

- a) Für $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -4\}$ und $M = \{n \in \mathbb{N} \mid n \in A \cap B\}$ folgt:
- $\bar{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\} = (3, \infty)$
 - $A \cap B = (-4, 3]$
 - $A \cup B = \mathbb{R}$
 - $A \setminus B = (-\infty, -4]$
 - $B \setminus A = (3, \infty)$
 - $M = \{1, 2, 3\}$
- b) $A = \{\text{rot, grün}\}$, $B = \{\text{grün, blau}\}$, $C = \{\text{blau, rot}\}$
- c) Es gilt $A \cap M = \emptyset$. Gäbe es ein $x \in A \cap M$, so wäre $x \in A$ und $x \in M$. Da $A \subseteq B$ gilt, wäre auch $x \in B$ und $x \in M$, also $x \in B \cap M$, ein Widerspruch.
- d) $M = \bar{B} \cap \bar{C} = \overline{B \cup C}$
- e) $P = \{(-2, y) \mid y \in [1, 4]\} \cup \{(-1, y) \mid y \in [1, 4]\} \cup \{(0, y) \mid y \in [1, 4]\} \cup \{(1, y) \mid y \in [1, 4]\}$
und $P \cap G = \{(-2, \frac{5}{2}), (1, \frac{5}{2})\}$

Aufgabe 3

- a) $L_0 = (-\infty, -\frac{4}{3})$
- b) $L_1 = \{-\frac{4}{3}\}$
- c) $L_2 = (-\frac{4}{3}, \infty)$
- d) $L_4 = (-\infty, 0] \cup [4, \infty) = \mathbb{R} \setminus (0, 4)$
- e) $L_5 = \{(x, f(x)) \mid x \in \mathbb{R} \text{ und } f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{4}x^2\}$

Aufgabe 4

a) $L = \{\frac{1}{2}\}$

c) $L = \{-2, 1\}$

b) $L = \{1 - \sqrt{2}, 1, 1 + \sqrt{2}\}$

d) $L = \emptyset$

Aufgabe 5

a) $60x^n$

f) 0

b) a^{b+1}

g) $\log b$

c) $2a(6x - 1)$

h) 1

d) xy

i) $\frac{a}{a-4}$

e) $\frac{20}{(n+1)(n+2)}$

j) $\log(2x) - \frac{1}{3}\log(y-1)$

Aufgabe 6

a) $L = \{0\}$ für alle $a > 0$

b) Es muss gelten: $a, b \neq 0$. Für $a = b$ gilt $L = \mathbb{R}$, für $a = -b$ gilt $L = \emptyset$, sonst $L = \{\frac{1}{a+b}\}$

c) Es muss gelten: $a, b \geq 0$. Für $a \neq b$ gilt $L = \{\sqrt{a}\}$, für $a = b > 0$ gilt $L = \emptyset$ und für $a = b = 0$ gilt $L = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

d) Für $a, b \neq 0$ gilt $L = \{\frac{a}{b}, -\frac{b}{a}\}$

Aufgabe 7

a) $L = (-\infty, -1] \cup [5, \infty)$

c) $L = [-1, 3) \cup [7, \infty)$

b) $L = \{4\}$

d) $[-\sqrt{\ln(2\pi)}, +\sqrt{\ln(2\pi)}]$